& en ajoûtant le quarré de cette Tangente BF, au quarré du Planche 2.
Rayon AB, car la Racine quarrée de la somme sera *par* 47. 19. Fig.
1. la Secante AF de la moitié BC de l'arc proposé BD.

PROPOSITION VII.

Probleme.

Etant connuë la Tangente & la Secante d'un arc, trouver la Secante d'un arc double.

SI l'on connoît la Tangente BF, & la Secante AF de l'arc BC, on trouvera la Secante AG de l'arc double BD, en cherchant premierement sa Tangente BG, *par Prop.* 8. *chap.* 2. & en ajoûtant le quarré de cette Tangente BG, au quarré du Rayon AB, car la Racine quarrée de la somme sera *par*. 47. 1. la Secante AG du double BD de l'arc proposé BC, laquelle se peut trouver plus facilement par cette Analogie, 19. Fig.

Comme la difference des quarrez du Rayon & de la Tangente connuë,
Au quarré de la Secante connuë;
Ainsi le Sinus Total,
A la Secante de l'arc double.

Demonstation.

Parce que *par Prop.* 8. *Chap.* 2. on a cette Analogie, ABq—BFq, ABq :: 2BF, BG, si l'on prend les moitiez des antecedens, on aura celle-cy, $\frac{1}{2}$ABq—$\frac{1}{2}$BFq, ABq :: BF, BG, & *par conversion de Raison*, on aura celle-cy, $\frac{1}{2}$ABq—$\frac{1}{2}$BFq, $\frac{1}{2}$AFq :: BF, FG, & enfin si au lieu des deux premiers termes, on met leurs doubles, & à la place des deux derniers BF, FG, les deux AB, AC, qui sont en même Raison, *par*. 3. 6. on aura cette derniere Analogie, ABq—BFq, AFq :: AB, AG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

CHAPITRE IV.

De la Supputation des Logarithmes.

LEs Logarithmes sont des nombres en Progression arithmetique, qui répondent à autant d'autres nombres en progression geometrique, desquels ils sont appellez *Logarithmes*,

rithmes, qu'on a aussi nommez *Nombres artificiels*, parce que par un artifice admirable l'on s'en sert tres commodément pour pratiquer la Regle de trois sans faire aucune multiplication, ni aucune division, sçavoir en changeant la multiplication en addition, & la division en soustraction : ce qui est tres-utile dans le calcul des triangles spheriques, où l'on ne sçauroit se passer de grands nombres, dont la multiplication & la division seroient penibles sans le secours des Logarithmes, dont nous enseignerons icy la supputation par la Methode qui me semble la plus courte & la plus facile, telle que nous l'avons premierement publiée dans les Tables de Sinus, qui furent imprimées à Lyon en l'année 1670.

PROPOSITION I.

PROBLEME.

Expliquer la nature & l'origine des Logarithmes.

POur ne rien laisser à deviner, nous dirons premierement que la *Progression* en general, est une suite de quantitez qu'on appelle *Termes de la Progression*, qui croissent ou décroissent d'une même maniere : & quand cette augmentation ou cette diminution se fait par l'addition ou par la soustraction continuelle d'une même quantité, qu'on appelle *Excez de la Progression*, cette Progression se nomme *Progression Arithmetique*, comme 1, 2, 3, 4, &c. ou 1, 3, 5, 7, 9, &c. dont la premiere étant la plus simple de toutes nous servira pour l'invention des Logarithmes. Mais lorsque cette augmentation, ou cette diminution se fait par la multiplication, ou par la division continuelle par un même nombre, que nous appellerons *Exposant de la Progression*, cette Progression s'appelle *Progression Geometrique*, qu'on nomme *Progression double*, quand l'Exposant est 2 : comme 1, 2, 4, 8, 16, &c. *Progression triple*, quand l'Exposant est 3, comme 1, 3, 9, 27, 81, &c. & ainsi des autres, entre lesquelles la plus simple & la plus facile est celle où l'Exposant est 10, & qui à cause de cela est appellée *Progression decimale*, comme 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. dont nous nous servirons par consequent pour la supputation des Logarithmes : Une semblable Progression, & toutes les autres qui vont en augmentant, se nomme *Progression soûmultiple*; & celle qui va en diminuant, s'appelle *Progression multiple*, comme 8, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{32}$, &c. dont l'Exposant est 4.

Ce qui a donné lieu à l'invention des Logarithmes est la diffe-

difference qui se rencontre entre ces deux sortes de Progressions Arithmetique & Geometrique, qui est que de quatre Termes consecutifs d'une Progression Arithmetique, la somme des deux extrémes est égale à la somme des deux moyens, comme il sera démontré dans la Proposition suivante : au lieu que dans la Progression Geometrique la somme des deux extrémes est plus grande que la somme des deux moyens, *par* 25. 5. Mais au lieu de la somme, il arrive dans cette *Progression*, que le produit des deux extrémes est égal au produit des deux moyens, *par* 16. 6. D'où il suit, que comme pour trouver le quatriéme Terme proportionnel geometrique, il faut multiplier ensemble le second & le troisiéme, & diviser le produit par le premier : & que pour trouver le quatriéme Terme proportionnel arithmetique, il faut ajoûter ensemble le second & le troisiéme, & ôter de leur somme le premier ; où vous voyez que la multiplication se change en addition, & la division en soustraction, lorsqu'on travaille par les nombres de la Progression Arithmetique, lesquels à cause de cela ont été appellez *Logarithmes*, par rapport aux nombres de la Progression Geometrique qu'ils representent.

Comme il est indifferent de se servir de telle Progression que l'on voudra ; nous prendrons la Progression decimale 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. pour la Progression Geometrique, & de la Progression des Nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. pour l'Arithmetique, en sorte que neanmoins le premier nombre geometrique, 1, ait 0 pour Logarithme ; afin de rendre l'usage des Logarithmes plus facile, comme vous voyez dans la Table suivante, où le Logarithme

Progr. Geom.	*Progr. Arithm.*
1	0.0000000
10	1.0000000
100	2.0000000
1000	3.0000000
10000	4.0000000
100000	5.0000000
1000000	6.0000000
10000000	7.0000000
100000000	8.0000000
1000000000	9.0000000
10000000000	10.0000000

de l'Unité est o le Logarithme de 10 est 1, le Logarithme de 100 est 2, le Logarithme de 1000 est 3, le Logarithme de 10000 est 4, & ainsi ensuite. D'où il suit que le Logarithme d'une fraction, ou d'un nombre moindre que l'Unité, est moindre que o, & un semblable Logarithme est appellé *Logarithme défectif*, qui est proprement ce que dans l'Algebre nous avons appellé *Nombre nié*.

Il s'ensuit aussi que tous les Logarithmes des nombres qui sont entre 10 & 100, doivent commencer par 1; que tous ceux des nombres qui sont entre 100 & 1000, doivent commencer par 2: & tous ceux des nombres qui sont entre 1000 & 10000, doivent commencer par 3, & ainsi ensuite selon l'ordre des Nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. lesquels dans ce cas on appelle les *Caracteristiques* des Logarithmes, dont ils sont le commencement, que l'on separe par un point, pour faire connoître que les autres figures à la droite sont des Fractions decimales.

D'où il suit encore, que les Logarithmes des premiers nombres entre 1 & 10, croissent plus vîte que ceux des nombres entre 10 & 100, & ceux-cy encore plus viste que ceux des nombres entre 100 & 1000, & ainsi ensuite, parce qu'entre 1 & 10 il n'y a que 8 nombres, au lieu qu'entre 10, & 100 il y en a 89, & 899 entre 100 & 1000, & ainsi ensuite toûjours davantage, & que neanmoins les Caracteristiques croissent également.

Pour trouver les Logarithmes de ces nombres interposez, dont on a besoin dans la pratique; comme ces Logarithmes ne peuvent être exprimez qu'en fractions, on se servira aussi de la Progression decimale, pour faciliter le calcul, en ajoûtant un certain nombre de zeros à chaque Logarithme supposé des nombres de la Progression geometrique, plus ou moins selon que l'on voudra avoir des Logarithmes plus ou moins exacts, étant impossible de les avoir tous parfaits, par exemple sept zeros, comme vous voyez dans la Table precedente, ce qui ne change point la proportion. Supposant donc que le Logarithme de 10 est 1.0000000, que le Logarithme de 100 est 2.0000000, que le Logarithme de 1000 est 3.0000000, &c. il faut trouver dans cette supposition les Logarithmes des nombres interposez 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, &c. ce que nous ferons aprés avoir expliqué & démontré quelques proprietez des Logarithmes, qu'il est necessaire de sçavoir, tant pour les trouver, que pour s'en servir.

PRO-